

Alain Lernould

LA MATHÉMATIQUE GÉNÉRALE CHEZ PROCLUS

Mise au point terminologique

«Mathématique générale» traduit le grec ἡ ὅλη μαθηματική. Maintenant l'expression ἡ ὅλη μαθηματική peut avoir deux sens: (i) la «mathématique tout entière» (la «mathématique *en général*», *i.e.* l'ensemble des sciences mathématiques particulières, en premier lieu: arithmétique, géométrie, musique, astronomie), ou (ii) la «mathématique générale» ou «universelle», par opposition aux sciences mathématiques particulières¹.

La notion de «mathématique universelle» apparaît pour la première fois chez Aristote, fugitivement, en *Métaphysique* E 1.1026a25-27 et K 7.1064b8 s. Dans ces deux passages Aristote distingue les sciences mathématiques particulières, qui traitent d'un genre déterminé (comme la géométrie ou l'astronomie) d'une «mathématique universelle» qui est «commune»: ἡ δὲ καθόλου πασῶν κοινή, 1026a27².

Jamblique, dans son *De communi mathematica scientia*, du IV^e s., glisse parfois du sens (i) au sens (ii)³.

1. Comme le dit très justement Rabouin 2009, 143: «l'exposé (*scil.* dans le Prologue I, chapitre sept de l'*In Eucl.*) semble valoir aussi bien des mathématiques 'en général' que d'une possible 'mathématique générale', deux manières très différentes de traduire et de comprendre la ὅλη μαθηματική, qui se retrouveront chez les commentateurs».

2. Voir Rabouin 2009, 37 ss.

3. Sur la «mathématique commune» chez Jamblique, voir pour commencer Bechtle 2010, 31-44, qui aborde la question importante de savoir si par «mathématique commune» (κοινή μαθηματική) Jamblique dans le *De communi mathematica scientia* entend une science antérieure aux mathématiques parti-

Le genre transcendant

Dans le français «mathématique générale» il y a «genre». Proclus oppose très fortement le genre «logique», le genre «abstrait», élaboré *a posteriori* par la raison à partir d'une multiplicité et le genre transcendant, qui a le statut de principe, de cause productrice, antérieure à et séparée de son dérivé⁴. C'est surtout dans le commentaire sur le *Parménide* que l'on trouve des développements sur ce point. Mais le thème du genre transcendant apparaît clairement aussi dans un passage de l'*In Euclidem*. C'est dans le cadre du commentaire sur la définition de la figure dans les *Éléments* (Déf. I, 14): *Une figure est ce qui est contenu par quelque ou quelques frontières*. Cette définition a été critiquée d'un point de vue logique en ce qu'elle définit le genre par l'espèce. À cela Proclus répond (*In Eucl.* 143.18–144.9):

Si un logicien subtil reproche à la définition d'Euclide de définir le genre à partir des espèces – car ce qui est contenu par une frontière et ce qui est contenu par plusieurs frontières sont des espèces de la figure, il faudra lui répondre que les genres ont pré-embrassé en eux-mêmes les espèces potentielles. Et les Anciens, chaque fois qu'ils veulent mettre en lumière les genres à partir des espèces potentielles qui sont dans les genres, semblent procéder à partir des espèces, mais, en réalité, c'est à partir des genres eux-mêmes c'est-à-dire à partir des espèces potentielles en eux qu'ils nous enseignent ce qu'ils sont. La raison de la figure, tout en étant une, embrasse donc, en vertu de la Limite et de l'Illimitation qui est en elle, les différences entre les multiples figures, et pour celui qui définit cette raison il n'est pas absurde d'inclure dans la définition les différentes puissances qui sont dans cette raison.

Le genre transcendant pré-contient les espèces dont il est cause. Il les *contient en acte*, mais de manière concentrée, non dif-

culières (une «mathématique générale») ou l'ensemble des sciences mathématiques (une mathématique «en général»). Dans le chapitre cinq du *Comm. Math.* il est clairement question d'une «mathématique générale» (comme dans le chapitre trois du Prologue I de l'*In Euclidem* de Proclus). Sur la mathématique générale chez Proclus, voir aussi O'Meara 1989, 157–66.

4. Sur la notion de genre transcendant cf. l'ouvrage important de Helmig 2012 et la recension de celui-ci dans Lernould 2016. Voir aussi Luna 2001, citée *infra* note 5.

férenciée, si bien que ces mêmes espèces peuvent être appelées «puissances» en tant qu'elles ne sont pas encore réalisées, *i.e.* pas encore formellement différenciées. C'est là une doctrine fondamentale dans le Néoplatonisme tardif. On la trouve exposée chez Proclus dans le *Commentaire du Parménide* et aussi chez Simplicius, dans son commentaire aux *Catégories* d'Aristote⁵. On ne peut comprendre ce qu'est la mathématique générale chez Proclus si l'on n'a pas en tête cette doctrine néoplatonicienne du genre transcendant⁶.

Le rang de la mathématique générale dans la hiérarchie des connaissances

Dans le chapitre 14 du Prologue I du commentaire de Proclus sur le premier Livre des *Éléments* d'Euclide il est très explicitement question en certains passages de la «mathématique générale». On peut en tirer une idée très claire de la place qu'il faut attribuer à la mathématique générale dans une hiérarchie des connaissances. Proclus traite dans ce chapitre de la question de savoir en quel sens Platon, dans la *République* (534e), dit que la dialectique est le «couronnement» des mathématiques. Puis il aborde le problème du sens qu'il faut donner au mot «lien» que Platon emploie dans l'*Epinomis* (991e) en parlant de «lien des mathématiques». Il commence par rejeter l'opinion d'Ératosthène, le contemporain d'Archimède, pour qui le lien est la proportion. Proclus nous donne la raison pour laquelle Ératosthène avait pensé cela. C'est parce que «la proportion est dite être, et de fait est, une des choses qui sont communes aux mathéma-

5. Voir *e.g.* Simpl. *In Cat.* 69.24-32; 77.12-78.3. Sur cette doctrine qui s'inspire de la métaphysique néoplatonicienne tardive voir les pages excellentes que lui consacre Luna 2001, 794-804. Voir aussi Procl. *In Pm.* V 981.5-21: la raison substantielle en nous de l'homme contient en acte sous un mode unifié toutes les différences constitutives de l'individualité d'un Socrate par exemple, tandis que le genre «homme» coordonné aux multiples hommes particuliers *ne contient qu'en puissance* ces mêmes différences, «si bien qu'il est comme une matière pour les différences spécifiques qui s'ajoutent à lui» (981.14 s.; souligné par moi).

6. C'est ce qui manque dans les pages que D. Rabouin consacre dans son livre *Mathesis universalis* à la mathématique générale chez Proclus.

tiques» (*In Eucl.* 43.20-21)⁷. Mais, rétorque Proclus, la proportion n'est pas la seule chose qui soit commune à tous les êtres mathématiques⁸. Lui-même donne trois autres interprétations du mot «lien», en fonction d'une hiérarchie de liens qu'il parcourt de bas en haut. Le «lien», c'est d'abord (i) la mathématique générale:

Nous dirons au contraire ceci: leur lien immédiat est la mathématique une et générale qui contient en elle-même sous un mode plus simple les principes de toutes les sciences mathématiques particulières, qui examine ce qu'elles ont de commun et ce qui les différencie, qui enseigne ce qui est identique en toutes ces sciences, ce qui appartient à une majorité d'entre elles et ce qui appartient à une minorité d'entre elles. Et, pour ceux qui apprennent [les mathématiques] comme il faut le faire, c'est jusqu'à elle que s'effectue la remontée à partir des sciences mathématiques (*In Eucl.* 44.1-8).

Proclus parle ici de «lien immédiat» (*proseches sundesmos*) en ce sens que sont aussi «lien», d'abord et avant la mathématique générale, la science première (la dialectique) et plus fondamentalement encore l'Intellect (voir la suite immédiate du texte sur laquelle je passe ici).

Les objets de la mathématique générale: les théorèmes communs

Quels sont les objets de cette mathématique générale? Pour répondre à cette question je prendrai d'abord un passage tiré du chapitre 2 du Prologue II de l'*In Euclidem* (*In Eucl.* 60.6-23; souligné par moi):

[La proposition]: 'tout rapport est exprimable' convient à la seule arithmétique et pas du tout à la géométrie car en elle il y a aussi des rapports inexprimables. Et le principe qu'il y a une limite inférieure aux gnomons des carrés⁹ est propre à l'arithmétique car en géométrie

7. On peut se demander si Ératosthène avait en tête le *Timée* de Platon, où il est dit (31b-32a), à propos du lien qui doit unir les deux extrêmes que sont le Feu et la Terre, que la proportion (*ἀναλογία*) est le plus beau des liens.

8. Cf. *In Eucl.* Prologue I, ch. 3.

9. Le nombre gnomonique minimal pour les carrés est 3. Le «gnomon» en géométrie est la figure qui, ajoutée au carré, accroît sa taille sans altérer sa forme (cf. Arist. *Cat.* ch. 14, 15a30). Sur le «gnomon» et l'usage qu'en ont

il n'existe absolument pas de minimum. Appartiennent exclusivement à la géométrie les théorèmes sur les positions – car les nombres n'ont pas de position; ceux sur les contacts – car c'est dans les continus qu'il y a contact¹⁰; ceux sur les irrationnelles – car c'est là où il y a division à l'infini qu'il y a aussi l'irrationnel. Mais sont communs à l'arithmétique et à la géométrie les théorèmes relatifs aux sections, comme ceux qu'Euclide présente dans son deuxième Livre¹¹, exceptée la section d'une droite en extrême et moyenne raison¹². De ces théorèmes communs, les uns passent de la géométrie à l'arithmétique, d'autres, inversement, passent de l'arithmétique à la géométrie, *d'autres, qui leur viennent de la mathématique générale, sont également propres aux deux ensemble*. Car la permutation et les conversions des rapports ainsi que les compositions et les divisions sont de cette manière choses communes à toutes les deux, mais c'est l'arithmétique en premier qui étudie ce qui concerne la commensurabilité, puis en second la géométrie, qui imite celle-là.

Un théorème peut être commun à l'arithmétique et à la géométrie parce ce que l'une le reçoit de l'autre. Il peut aussi leur être commun parce que toutes deux le reçoivent en même temps d'une autre science qu'elles, antérieure à elles, à savoir la mathématique générale. C'est ce que veut dire «sont également (ὁμοίως) propres aux deux ensemble»¹³.

Proclus, dans le Prologue I, chapitre 4, parle des théorèmes communs en donnant les mêmes exemples. Mais il donne en plus une précision cruciale quant au statut de ces théorèmes communs (*In Eucl.* 8.18–9.10):

fait les Pythagoriciens dans leurs spéculations sur le pair et l'impair, cf. Vitrac 1990, 318–20 et 326 s.

10. Arist. *Ph.* E 3.227a21 s.

11. *Eucl. El.* II 1–10. Sur l'«algèbre géométrique» et l'interprétation algébrique du Livre II des *Éléments*, cf. Vitrac 1990, 366 ss. (en part. 368 s., sur les démonstrations arithmétiques des Propositions du Livre II des *Éléments* d'Euclide dans les scholies à ce livre et par le moine Barlam). Voir aussi le commentaire de an-Nayrizî dans la version arabe.

12. Cf. *El.* II 11.

13. Rabouin 2009, 147–48, pense que les théorèmes communs dans le Prologue II (sur la géométrie) relèvent d'une mathématique générale «au sens étroit» du terme par opposition aux théorèmes communs dont il est question dans le Prologue I (sur la mathématique), ch. 3.

Il ne faut donc pas penser que ces théorèmes communs¹⁴ existent d'abord dans les espèces mathématiques multiples et divisées, et qu'ils sont produits postérieurement, c'est-à-dire à partir des espèces multiples; il faut au contraire dire qu'ils existent avant ces multiples espèces et qu'ils l'emportent sur elles en simplicité et en précision. C'est en effet pour cela que la connaissance de ces théorèmes communs a la pré-séance sur les diverses connaissances mathématiques, qu'elle donne à ces dernières leurs principes, et que les diverses sciences mathématiques existent *en référence à*¹⁵ elle et remontent à elle¹⁶. Que le géomètre dise en effet que si quatre grandeurs sont proportionnelles, elles le sont

14. Ce sont les théorèmes qui portent sur les proportions, les rapports, l'égal et l'inégal considérés d'une manière générale et non pas en tant qu'ils sont dans les figures, les nombres, etc. cf. *In Eucl.* 7.13-8.3.

15. 9.1 s. Sur l'emploi de la préposition *περί* + acc. pour signifier dans un contexte métaphysique ce «relativement à quoi» ou «en référence à quoi» quelque chose existe (*i.e.* la cause première ou la cause antécédente) cf. *Théol. plat.* II 9.60.26 et la note 4 Saffrey-Westerink (*Notes Complémentaires*, 117). Proclus développe cette interprétation de *περί* + acc. (qui s'inscrit dans le cadre plus général d'une métaphysique des prépositions) à partir d'un passage de la *Lettre II*, où il est dit que «tous les êtres existent relativement au Roi de l'Univers» (312e1 s.), cf. *Theol. Plat.* II 9.61.2-5: «Le «relativement à quoi» (*τὸ περί ὃ*) convient au sommet des intelligibles, puisque tous les mondes divins procèdent relativement à lui qui leur est supérieur d'une manière cachée»; *Theol. Plat.* II 9.59.10-13: «Dire que tous les êtres n'ont d'existence qu'en référence à lui (*τὸ γὰρ πάντα περί αὐτὸν ὄφρ'εστῆκέναι*) révèle l'existence des êtres inférieurs tout en laissant ce qui est au-delà de tout l'univers sans aucune liaison avec les êtres qui le suivent»; voir aussi *Theol. Plat.* I 3.17.6 ss.; II 8.56.18; II 9.57.15; *In Prm.* I 708.37. Appliquée à l'Un l'expression *περί ὃ* marque la transcendance absolue du premier principe en même temps qu'elle exprime l'idée que l'Un est cause de la procession et de la conversion de toutes choses. Ficin se fera l'écho de cette interprétation, cf. *Commentaire sur le Banquet de Platon. De l'amour* II 4.32 Laurens: «*Autour du roi* signifie non pas 'dans le roi', mais 'en dehors' de lui: car en Dieu il n'y a pas point de composition. Quant au sens de ce terme, *autour*, Platon l'explique en ajoutant: *Tout existe grâce à lui, il est cause de tout ce qui est beau*. Comme s'il disait: tout gravite autour du roi parce que tout, par nature, revient à lui comme à sa fin, de même que tout a été produit par lui en tant que principe». Ici c'est la science première, la science de l'être en tant qu'être, qui, par rapport aux diverses sciences mathématiques, se voit attribuer le rôle de cause antécédente, analogue donc à ce qu'est le *τὸ περί ὃ* en métaphysique. Pour d'autres occurrences dans l'*In Eucl.* de *περί* + acc. au sens de «en référence à», cf. par exemple 56.18; voir aussi 154.25 (le centre du cercle est le «ce en référence à quoi» les rayons et la circonférence existent).

16. Cf. Iambl. *Comm. Math.* ch. 5, 20.1-5.

encore par permutation, et qu'il le démontre selon les principes qui lui sont propres et dont jamais un arithméticien ne ferait usage; quant à l'arithméticien, qu'il démontre à son tour que quatre nombres étant en proportion, ils le seront encore par permutation, et ceci à partir des principes de la science qui lui est propre. Qui est alors celui à qui il revient de connaître la permutation aussi bien dans les grandeurs que dans les nombres¹⁷, ainsi que la division aussi bien des grandeurs que des nombres composés, et pareillement la composition aussi bien des grandeurs que des nombres divisés? [souligné par moi]¹⁸.

Proclus ne donne pas la réponse à la question: qui est alors celui à qui il revient de connaître la permutation aussi bien dans les grandeurs que dans les nombres?, mais on peut raisonnablement penser qu'il s'agit du philosophe.

Mais ce que je voudrais souligner est la chose suivante: les théorèmes communs ne sont pas des généralisations produites postérieurement à partir des multiples et divers théorèmes qu'on trouve dans les diverses sciences mathématiques. Ils ont un statut analogue à l'universel *ante rem*, par opposition à l'universel postérieur dans l'ordre de l'être. Loin d'être «abstraits» des multiples théorèmes divers ils sont antérieurs à ceux-ci. Loin d'être des formes 'logiques' vides, ils ont le statut de principes producteurs. Et la science de ces théorèmes communs elle aussi est antérieure aux diverses connaissances mathématiques. L'antériorité se traduit par l'unité, une plus grande simplicité, une plus grande rigueur, par le statut de source, d'origine, *i.e.* de cause productrice. C'est la «connaissance des théorèmes communs» qui *donne* aux diverses sciences mathématiques leurs principes spécifiques, plus déterminés, plus particuliers. Cette «connaissance» n'est pas la totalité composée (qui résulte) des parties (ceci est la «mathématique tout entière», la mathématique «en général»), encore moins la totalité dans la partie. Elle est totalité avant les parties¹⁹. Par «connaissance des théorèmes communs» Proclus veut dire ici: «mathématique générale».

17. Cf. Arist. *APo.* I 5.

18. Cf. Eucl. *El.* V 16, 17 et 18: si $A:B = C:D$ alors, par permutation, $A:C = B:D$; si $A:B = C:D$ alors par séparation $(A-B):B = (C-D):D$; et si $A:B = C:D$ alors par composition $(A+B):B = (C+D):D$. Voir aussi Iamblich. *Comm. Math.* ch. 5, 19.2-4.

19. Cf. *El. Theol.* 67-69.

La mathématique générale est un genre transcendant

La mathématique générale est-elle une cinquième science mathématique? La réponse à cette question est bien sûr: non. La mathématique générale n'est pas une science à côté et sur le même plan que les autres sciences mathématiques. Par «sur le même plan» je veux dire que même si les diverses sciences mathématiques peuvent faire l'objet d'une hiérarchisation en fonction du degré d'unité plus ou moins grand de leur objet propre (l'unité en arithmétique, n'a pas de position est un objet plus simple que le point, qui est en géométrie unité ayant en plus une position), néanmoins elles se situent toutes à un même niveau de discursivité. La mathématique générale déploie, elle, une science plus simple. Mais la mathématique générale n'est pas non plus une méta-mathématique. Elle ne serait, si c'était le cas, qu'un savoir logiquement «abstrait», un genre «postérieur dans l'ordre de l'être» comme l'est le genre logique «vivant» par opposition aux espèces (vivant ailé, terrestre, etc.)²⁰; et le théorème commun ne s'appliquerait à aucun objet qui lui serait propre, un universel «substantiel». Un théorème commun, sur l'égal en tant que tel par exemple, a le statut d'un universel *ante rem*. L'égal dans les nombres et l'égal dans les grandeurs sont, eux, des universaux *in re*. C'est précisément parce qu'elle est connaissance du commun comme genre transcendant que la mathématique générale n'est plus une connaissance du même type que celui des sciences particulières qu'elle unifie. En ce sens la mathématique générale n'est plus une science mathématique. La mathématique générale est bien au-dessus (séparée) des mathématiques particulières. Elle a le statut d'une monade d'où procède une multiplicité qui lui est homogène (*scil.* les diverses sciences mathématiques), de la même manière que la Nature

20. Proclus parle parfois des sciences mathématiques comme des espèces d'un genre commun, cf. *In Eucl.* 35.17 ss.: «Car après avoir considéré le genre total et complet de la mathématique il faut aussi sans doute voir les différences spécifiques des sciences mathématiques particulières». Le «genre commun» est ici la mathématique tout entière. Sur l'idée que la mathématique générale n'est pas un genre par opposition à des espèces cf. e.g. Dillon - O'Meara 2008, 6.

Universelle (ou Totale) est suivie des natures multiples. Puisqu'elle est «lien», principe d'unité, elle transcende ce qu'elle unifie. Elle est donc bien une «connaissance» (γνώσις), ce terme marquant un type de savoir spécifiquement caractérisé par son degré de proximité ou d'éloignement par rapport à la connaissance ultime qu'est l'union intellectuelle avec les Intelligibles (sensation, opinion, science, intellection). Le fait que cette connaissance est encore de la «mathématique» trahit, si l'on peut dire, sa proximité d'avec les sciences mathématiques. Mais ce n'est plus une science mathématique en ce sens qu'elle ne porte pas sur un genre mathématique particulier (comme toute entité médiatrice elle communique avec ce qui la précède, la dialectique, et avec ce qui la suit, les mathématiques particulières).

Ajoutons que les théorèmes communs (les axiomes) sont les principes de toute démonstration. Ils s'appliquent à toutes choses en tant que ces choses sont, au sens fort du terme, *i.e.* en tant que toutes choses ont en commun l'être. C'est pourquoi Aristote peut dire que leur connaissance relève de la connaissance de l'être en tant qu'être (*Metaph.* Γ 3.1005a19-30).

Mathématique générale ou science de l'être en tant qu'être

Reprenons notre lecture du Prologue I, chapitre 4. Proclus a souligné l'antériorité des théorèmes communs par rapport aux objets propres à chaque science mathématique et il a donné quelques exemples de théorèmes communs. Il poursuit en disant (*In Eucl.* 9.10-10.13):

Il ne se peut en effet qu'il y ait des connaissances scientifiques des choses particulières sans que nous ayons une science *une* des choses qui sont universelles et plus proches de la contemplation intellectuelle. Au contraire, c'est bien plutôt la connaissance de ces choses-là qui est science; c'est d'elle que les diverses sciences mathématiques reçoivent leurs principes, et <la> remontée des connaissances, depuis les plus partielles vers les plus universelles, se fait jusqu'à ce que nous remontions à la science elle-même de l'être en tant qu'être²¹. Celle-ci ne daigne

21. Dans le chapitre sept la science une et supérieure aux diverses sciences mathématiques est la mathématique générale (cf. *In Eucl.* 18.5-11).

pas examiner les attributs essentiels des nombres, ni non plus ce qui est commun à toutes les quantités; elle étudie l'une et unique essence et existence²² de tous les êtres, et c'est pour cela qu'elle est la plus enveloppante de toutes les sciences et que toutes les sciences reçoivent d'elle leurs principes. Ce sont en effet toujours les sciences supérieures qui fournissent à celles qui leur sont inférieures les hypothèses premières de leurs démonstrations; quant à la plus parfaite des sciences, elle donne à toutes les sciences leurs principes, qu'elle tire d'elle-même: aux unes, elle procure des principes plus universels, aux autres, des principes plus particuliers – c'est pourquoi, dans le *Théétète* aussi, Socrate mêlant la plaisanterie au sérieux compare à des *colombes* les sciences qui sont en nous. Il dit qu'elles *volent, celles-ci en troupe, celles-là à part des autres*. En effet, d'un côté, les sciences qui sont plus communes et plus universelles englobent en elles de multiples sciences plus partielles, et de l'autre celles qui touchent aux choses connues divisées en espèces s'écartent les unes des autres et sont sans contacts les unes avec les autres, parce qu'elles partent de principes premiers différents. Au-dessus des multiples sciences mathématiques on doit donc mettre une science unique, qui connaît les choses qui sont communes et qui s'étendent à tous les genres et qui fournit à toutes les sciences mathématiques leurs principes. Que s'arrête ici notre enseignement consacré à cette science.

Dans ce chapitre quatre Proclus, dans sa remontée jusqu'à la science une au-dessus des diverses sciences mathématiques, s'élève directement jusqu'à la science de l'être en tant qu'être en laissant derrière lui, si l'on peut dire, la mathématique générale (et aussi la dialectique)²³. Comme le fait remarquer Rabouin

Il est à nouveau fait mention de la mathématique générale plus loin dans le chapitre quatorze où il est dit que la mathématique générale est le lien immédiat, le premier lien des mathématiques; au-dessus de la mathématique générale le lien des mathématiques est la dialectique ou science première, et, en dernière analyse, le lien est l'intellect (*In Eucl.* 43.19–44.21).

22. L'essence, c'est-à-dire l'existence, est première par rapport aux déterminations qui viennent s'ajouter à elle et dont elle est comme le substrat. Pour le couple οὐσία καὶ ὑπαρξίς cf. e.g. *In Ti.* III 170.6–7 Van Riel (= II 123.16 Diehl): «l'essence et l'existence (οὐσία καὶ ὑπαρξίς) dérivent du Principe tout premier».

23. Sur la dialectique comme «couronnement» des mathématiques, cf. *In Eucl.* 42.8 ss., en part. 42.16 ss.: «La dialectique [...] donne aux sciences mathématiques leurs diverses puissances, qu'elle tire d'elle-même [...] je veux dire: l'analyse, la division, la définition et la démonstration». Là-dessus voir Lernould 1987.

2009, 142: c'est là une des raisons pour laquelle nombre de commentateurs renaissants considéreront que la «mathématique universelle» n'est en fait rien d'autre pour Proclus que la philosophie (science) première elle-même. Il ajoute (*ibid.*, 142 ss.) que la possibilité d'une mathématique générale n'est pas fermée et il voit, semble-t-il, dans la science de «ce qui est commun à toutes les quantités» (*In Eucl.* 9.21) quelque chose comme une allusion à la mathématique générale.

Ce qui peut conduire à faire dépendre les sciences mathématiques directement de la philosophie première c'est bien sûr l'enseignement de Platon, qui attribue à la dialectique (que les Néoplatoniciens identifiaient avec la science de l'être en tant qu'être chez Aristote) la fonction de «couronnement» des mathématiques (cf. *Resp.* VII 534e2 s. et *In Eucl.* 42.8-43.18). C'est aussi celui d'Aristote, cf. *Metaph.* Γ 3.1005a19-30²⁴: c'est une même science, à savoir la science de l'être en tant qu'être, qui porte à la fois sur les principes à la base de toute démonstration et sur les causes premières de l'être (voir aussi E 1, en part. 1025b3-16). Syrianus se fera l'écho de cette doctrine²⁵.

Mais je ne pense pas qu'ici dans le chapitre quatre le silence de Proclus sur la «mathématique générale» comme science intermédiaire entre la dialectique (la science première) et les mathématiques implique une identification chez lui de la mathéma-

24. «Il faut dire s'il relève d'une seule science ou de deux sciences différentes de traiter de ce qu'on appelle axiomes en mathématiques et de la substance. Certes, il est manifeste que l'examen de ces axiomes relève d'une seule science et que c'est celle du philosophe, car ils appartiennent à tous les êtres et non à un genre particulier séparément des autres. Tous s'en servent parce que les axiomes relèvent de l'être en tant qu'être, et que chaque genre est un être, mais ils ne s'en servent qu'autant qu'il leur suffit, c'est-à-dire autant que s'étend le genre sur lequel ils font porter leurs démonstrations. En conséquence, puisque, à l'évidence, les axiomes appartiennent à tous les genres en tant qu'êtres (c'est en effet ce qui leur est commun), leur étude relève aussi de celui qui acquiert la connaissance de l'être, en tant qu'être. C'est pourquoi, aucun de ceux qui mènent une recherche partielle n'entreprend de dire quoi que ce soit sur la vérité ou la fausseté de ces axiomes, qu'il soit géomètre ou arithméticien» (trad. Duminil-Jaulin).

25. Cf. *In Metaph.* 20.27-34. Sur cette science première des principes de toute démonstration comme «sagesse» – comme «monade» des sciences – identifiée par Syrianus à la philosophie première, et sur cette «sagesse» comme image de l'Intellect divin, voir O'Meara 2009.

tique générale avec la science première. La «mathématique générale», ou «mathématique universelle», n'est pas la «science universelle». Et si l'on suit Rabouin, il n'y a pas véritablement une omission de la mathématique générale, mais bien une allusion à celle-ci. Et même si on dit qu'il y a omission, l'omission n'est pas une négation. Comme souvent chez Proclus un cadre doctrinal peut prendre des formes diverses selon le contexte et l'idée directrice du développement. Je pense que l'étagement à quatre termes dans le chapitre 14: 1. sciences mathématiques multiples, 2. mathématique générale, 3. dialectique, 4. Intellect, est réduit ici dans le chapitre 4 à deux termes: 1. sciences mathématiques multiples, 2. science de l'être en tant qu'être (= dialectique), sans mention de la mathématique générale et sans mention non plus de l'Intellect.

En outre la science première s'élève au-delà des *objets* propres à la mathématique générale. Certes les principes que connaît la mathématique générale sont les axiomes ou principes de toute démonstration. Mais les théorèmes qui lui sont propres portent sur les rapports généraux, comme on peut le lire chez Marinus, dans son Commentaire aux *Data*, 254.5-13 Menge: la mathématique générale est la science qui a pour objet les multiplicités, les grandeurs, les temps, les vitesses, les rapports, proportions et médiétés de toutes sortes. Marinus ajoute: Euclide dans le livre V a adapté aux grandeurs, en géomètre qu'il était, les rapports généraux (ibid. 254.23-27). La mathématique générale a ainsi pour objet une essence mathématique, qui est intermédiaire entre l'Intelligible et le Sensible (voir *In Eucl.* Prologue I, chapitre 1). Seule la science première (la théologie ou métaphysique) s'élève jusqu'aux Intelligibles. La science première déploie toute la hiérarchie divine en montrant comment tout dépend de l'Un. Elle est tout entière contenue dans le *Parménide*.

Maintenant, pour en revenir à notre chapitre sept, le mouvement de remontée vers la science unique au-dessus des sciences multiples ne peut s'arrêter avant le terme; c'est lui qui prime et une étape intermédiaire peut très bien être omise quand il s'agit d'aller rapidement à l'essentiel, au terme culminant. Et le terme ultime c'est ici la science de l'être en tant qu'être. Pour le dire un peu familièrement: certes il existe ce qu'on appelle la mathématique générale, qui intéresse le mathématicien; mais le philo-

sophe, lui, ce qui l'intéresse c'est la science première; alors on peut bien passer (quand il faut être bref) par-dessus la mathématique générale et aller directement à la science première. Et Proclus s'arrête là. Il ne remonte pas jusqu'à l'Intellect parce que le chapitre porte sur le mode d'être des théorèmes communs en tant qu'ils font l'objet d'une science *discursive*, en tant qu'ils font l'objet d'une démonstration. La thèse est, comme on l'a vu, que ces théorèmes communs ne sont pas tirés par abstraction des divers théorèmes spécifiques aux diverses sciences mathématiques mais qu'ils préexistent à ces derniers et en sont la source, ce qui fait qu'ils sont plus simples et plus précis.

Le caractère fantomatique de la mathématique générale dans l'In Euclidem

Le premier passage où semble bien apparaître le thème de la mathématique générale est dans le chapitre 3 du Prologue I. Dans le chapitre précédent Proclus a exposé comment le Limitant et l'Illimité parcourent l'essence mathématique tout entière. Après l'exposé des principes communs (Prologue I, ch. 2) vient celui sur les théorèmes communs (Prologue I, ch. 3: *In Eucl.* 7.13-8.4):

Maintenant, de même que nous avons considéré les principes qui sont communs aux objets mathématiques et qui s'étendent à travers tous les genres mathématiques, de la même manière considérons les théorèmes qui leur sont communs, qui sont simples et issus de la science une qui maintient ensemble dans l'unité toutes les connaissances mathématiques, et examinons comment ces théorèmes s'adaptent à elles toutes et peuvent être étudiés et dans les nombres et dans les grandeurs et dans les mouvements. Tels sont les théorèmes qui portent sur les proportions, les compositions et divisions, les conversions et inversions, ou encore ceux qui portent sur tous les rapports comme par exemple les rapports multiples, épimores, épimères, et leurs inverses, et, plus simplement, ceux qui portent sur l'égal et l'inégal considérés d'une manière générale et commune, non pas en tant qu'ils sont dans les figures, ou les nombres, ou les mouvements, mais en tant que l'égal et l'inégal, pris en tant que tels, possèdent une nature commune et se font connaître d'une manière plus simple²⁶.

26. Par exemple l'axiome: si, à partir de choses égales, des choses égales sont retranchées, les restes sont égaux.

Là encore il semble bien qu'on puisse mettre le doigt sur la mathématique générale, à ceci près que l'expression n'y est pas. Mais le rapprochement avec le passage en 60.6-23 cité plus haut peut nous permettre de reconnaître, voilée dans la brume d'une périphrase, comme la silhouette de la mathématique générale. Passons au dernier texte qui peut ici nous intéresser. Il s'agit du début du chapitre 7 dans le Prologue I. Ce chapitre a pour objet l'acte propre et les puissances (*scil.* les méthodes) de la science une au-dessus des multiples sciences mathématiques:

Mais après l'essence des espèces mathématiques, remontons jusqu'à la science une des celles-ci, que nous avons montré être au-dessus des multiples [sciences mathématiques], et voyons (i) quel est son acte propre, (ii) quelles sont ses puissances [cognitives] et (iii) jusqu'où ses puissances s'étendent dans leurs opérations. Il faut poser, comme nous l'avons dit auparavant, que l'acte propre de la mathématique générale (*τῆς ὅλης μαθηματικῆς*) est dianoétique et qu'il n'est ni semblable à l'acte de l'intellect, qui est établi de manière stable en lui-même, parfait et autosuffisant de par lui-même, et tourné vers lui-même, ni semblable à celui de l'opinion ou celui de la sensation (*In Eucl.* 18.5-13).

Je traduis ici *ὅλη μαθηματική* par «mathématique générale» car la «science unique au-dessus des multiples sciences mathématiques» semble bien être la «mathématique générale». Mais en même temps le contexte ne corrobore pas, semble-t-il, une telle interprétation. Quand Proclus dit: «la science unique que nous avons montré être au-dessus des multiples sciences mathématiques», il renvoie manifestement aux chapitres trois et quatre qui précèdent. Or dans le chapitre quatre c'est la science de l'être en tant qu'être qui est mentionnée comme étant la science une au-dessus des multiples sciences mathématiques (cf. 8.18-10.13), avec le problème que pose l'apparente mise entre parenthèses de la mathématique générale; et dans le chapitre trois on ne trouve pas l'expression «mathématique générale». Et surtout la suite de son propos tout au long de ce chapitre sept porte à l'évidence sur les sciences mathématiques en général, la mathématique tout entière, et certainement pas sur ce qui serait propre à la mathématique générale. Comme le dit très justement Rabouin 2009, 143: «l'exposé (*scil.* dans le chapitre sept) semble valoir aussi bien des mathématiques 'en général' que d'une possible 'mathématique

générale', deux manières très différentes de traduire et de comprendre la $\delta\lambda\eta\ \mu\alpha\theta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\acute{\eta}$, qui se retrouveront chez les commentateurs».

Il reste que nous avons deux passages où la notion de «mathématique générale» apparaît distinctement dans l'*In Euclidem* (Prologue II, *In Eucl.* 60.19, et Prologue I, ch. 14, 44.1-8). C'est, il est vrai, un peu court pour une notion si importante, qu'on ne peut manquer de rapprocher de la *mathesis universalis* comme ambitieux programme du rationalisme classique²⁷.

Bibliographie

- G. Bechtle, *Sur la mathématique générale comme σκοπός (sujet) du De communi mathematica scientia de Jamblique et sur la composition de ce traité*, in A. Lernould (éd.), *Études sur le Commentaire de Proclus au premier livre des Éléments d'Euclide*, Lille, Presses universitaires du Septentrion, 2010, 31-44.
- J. M. Dillon - D. J. O'Meara (eds), *Syrianus On Aristotle Metaphysics 3-4*, London, Duckworth, 2008.
- C. Helmig, *Forms and Concepts. Concept Formation in the Platonic Tradition*, Berlin, De Gruyter, 2012.
- A. Lernould, *La dialectique comme science première chez Proclus*, «Revue des Sciences Philosophiques et Théologiques», 71.4 (1987), 509-36.
- A. Lernould, *Recension du livre de Christoph Helmig, Forms and Concepts. Concept Formation in the Platonic Tradition*, «Revue de philosophie ancienne», 34.2 (2016), 207-53.
- C. Luna, *Simplicius, Commentaire sur les Catégories d'Aristote, ch. 2-4*, Paris, Les Belles Lettres, 2001.
- D. J. O'Meara, *Pythagoras Revived. Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, Oxford, Clarendon Press, 1989.
- D. J. O'Meara, *Le fondement du principe de non-contradiction chez Syrianus*, in A. Longo (éd.), *Syrianus et la métaphysique de l'Antiquité tardive*, Napoli, Bibliopolis, 2009, 299-309.
- D. Rabouin, *Mathesis universalis. L'idée de 'mathématique universelle' d'Aristote à Descartes*, Paris, PUF, 2009.
- B. Vitrac (éd.), *Euclide, Les Éléments*, vol. I, Paris, PUF, 1990.

27. Sur le thème du rapport entre la mathématique générale néoplatonicienne et la *mathesis universalis* classique, cf. Rabouin 2009.

Alain Lernould, *The General Mathematics according to Proclus*

Above the particular mathematical sciences – namely, arithmetic, geometry, music, and the spherical sciences – Proclus introduces General Mathematics in the first Prologue of the *In Euclidem*. This concept is distinct from mathematics in general and represents a transcendent genre that surpasses the specific mathematical sciences. This chapter aims to demonstrate how General Mathematics constitutes an ultimate degree within the discursive sciences in the ascent towards the Intellect and the divine. By occupying this position, it offers the soul the highest level of rigorous, discursive knowledge before the non-discursive apprehension of the divine. The analysis will show how this General Mathematics serves a crucial role in the Neoplatonic hierarchy, linking the demonstrable principles of specialised mathematics to the ultimate, unified truths of the Intellect.

Alain Lernould
CNRS
alain.lernould@univ-lille.fr